Título: Semigrupos em grupos de Lie semi-simples e topologia de variedades flag

Resumo: Nesse seminário serão discutidos algumas aplicações da topologia das variedades *flag* na obtenção geradores (como semigrupos) de grupos de Lie semi-simples não compactos.

Os subsemigrupos de um grupo de Lie G semi-simples não compacto são estudados através de suas ações nas variedades *flag* de G. Dado um subsemigrupo próprio $S \subset G$, com $\mathrm{int} S \neq \emptyset$, prova-se que existe uma variedade *flag* $\mathbb{F}_S$ de G e um subconjunto $C \subset \mathbb{F}_S$ que é fechado, invariante por S e contrátil no sentido em que existe uma célula aberta de Bruhat de $\mathbb{F}_S$ que contém C.

Esse resultado implica que se $A \subset G$ gera um semigrupo de interior não vazio e não deixa invariante um conjunto contrátil em nenhuma variedade *flag* de G então A gera G como semigrupo. (A condição $\mathrm{int} S \neq \emptyset$ não é difícil de se obter, por exemplo, se é Zariski denso e contém uma curva diferenciável ou ainda se $A = \exp B$ e B gera a álgebra de Lie $\mathfrak{g}$ de G.)

Essas ideias podem se aplicar na demonstração de que certos subgrupos $H \subset G$ não estão contidos em subsemigrupos próprios de G com interior não vazio. Um caso a ser mencionado é quando G é um grupo de Lie complexo (semi-simples) e $H = G(\alpha)$ onde α é uma raiz de uma subálgebra de Cartan $\mathfrak{h}$ da álgebra de Lie $\mathfrak{g}$ de G. Para esses subgrupos resultados clássicos sobre a cohomologia das variedades *flags* mostram que as órbitas relevantes de $G(\alpha)$ não são contráteis. Serão considerados també outros subgrupos $H \subset G$. Esses resultados se aplicam ao problema da controlabilidade de sistemas de controle invariantes em grupos de Lie.